بسم الله الرحمن الرحیم

www.Ghaffarpour.ir

دانشکده مهندسی برق

ترانسفورماتورها

Transformers

حسین غفارپور

ترانسفورماتورها

- راندمان یا بازده ترانسفورماتور

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \times 100\%$$

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + P_{loss}} \times 100\%$$

- توان خروجی $P_{out} = V_S I_S \cos\theta_S$
- تلفات شامل: تلفات سیم پیچی (مسی) و تلفات هسته (آهن)
  - تلفات سیم پیچی (مسی): $P_{Cu} = (I_S)^2 R_{eq}$
  - تلفات هسته (آهن): $P_{core} = \frac{(V_P/a)^2}{R_C}$

ترانسفورماتورها

- **مثال ۱:** یک ترانسفورماتور 15 KVA، 2300/230 v، تحت آزمایش‌های مدار باز و اتصال کوتاه قرار گرفته و نتایج زیر در اولیه دستگاه‌های اندازه گیری خوانده شده است.

Open-circuit test	Short-circuit test
$V_{OC} = 2300$ V	$V_{SC} = 47$ V
$I_{OC} = 0.21$ A	$I_{SC} = 6.0$ A
$P_{OC} = 50$ W	$P_{SC} = 160$ W

- مطلوب است:
  - الف) مدار معادل تقریبی ترانسفورماتور ارجاع شده به سمت ولتاژ بالا؟
  - ب) مدار معادل تقریبی ترانسفورماتور ارجاع شده به سمت ولتاژ پایین؟
  - ج) درصد تنظیم ولتاژ ترانسفورماتور در بار کامل با ضریب توان‌های ۰/۸ پس‌فاز- ضریب توان واحد و ضریب توان ۰/۸ پیش‌فاز؟
  - د) راندمان ترانسفورماتور در بار کامل با ضریب توان ۰/۸ پس‌فاز؟

ترانسفورماتورها

حل مثال ۱-الف:

آزمایش مدار باز

$$\theta_{OC} = \cos^{-1}\frac{P_{OC}}{V_{OC}I_{OC}}$$

$$= \cos^{-1}\frac{50\text{W}}{(2300\text{ V})(0.21\text{ A})} = 84°$$

$$Y_E = \frac{I_{OC}}{V_{OC}}\angle -84°$$

$$= \frac{0.21\text{ A}}{2300\text{ V}}\angle -84°$$

$$= 9.13 \times 10^{-5}\angle -84°\Omega = 0.0000095 - j0.0000908\ \Omega$$

$$R_C = \frac{1}{0.0000095} = 105\text{ k}\Omega$$

$$X_M = \frac{1}{0.0000908} = 11\text{ k}\Omega$$

ترانسفورماتورها

- **حل مثال ۱-الف:**

آزمایش اتصال کوتاه

$$\theta_{SC} = \cos^{-1}\frac{P_{SC}}{V_{SC}I_{SC}}$$

$$= \cos^{-1}\frac{160\ \text{W}}{(47\ \text{V})(6\ \text{A})} = 55.4°$$

$$Z_{SE} = \frac{V_{SC}}{I_{SC}}\angle\theta_{SC}$$

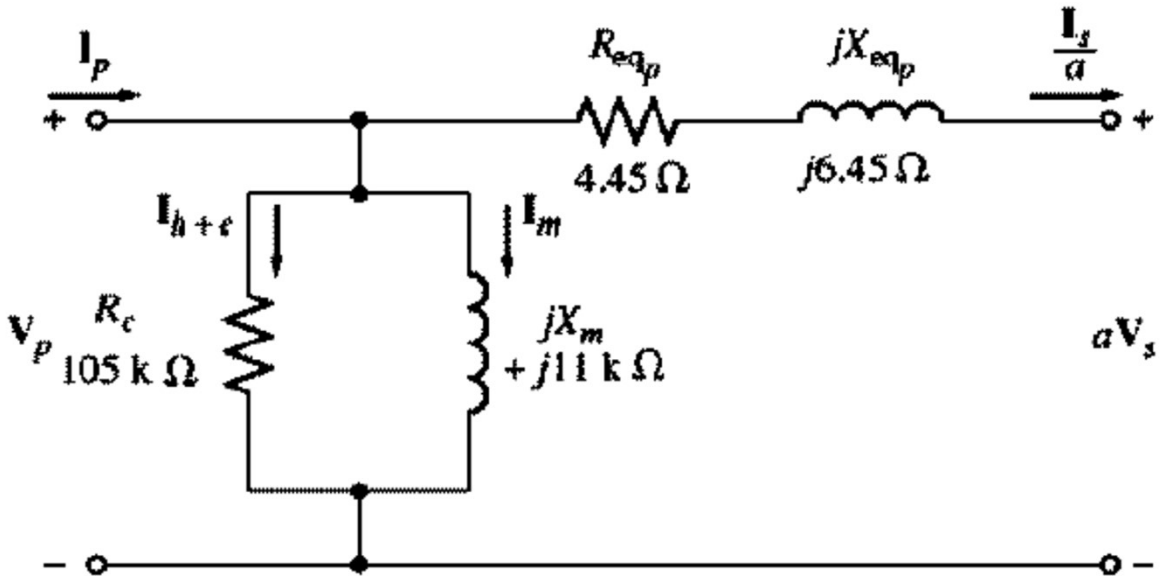
$$= \frac{47\ \text{V}}{6\ \text{A}}\angle 55.4°\ \Omega$$

$$= 7.833\angle 55.4° = 4.45 + j6.45$$

$$\Rightarrow \qquad R_{eq} = 4.45\ \Omega \qquad X_{eq} = 6.45\ \Omega$$

ترانسفورماتورها

- حل مثال ۱-الف:



$$R_C = \frac{1}{0.0000095} = 105\ \text{k}\Omega$$

$$X_M = \frac{1}{0.0000908} = 11\ \text{k}\Omega$$

$$R_{eq} = 4.45\ \Omega \qquad X_{eq} = 6.45\ \Omega$$

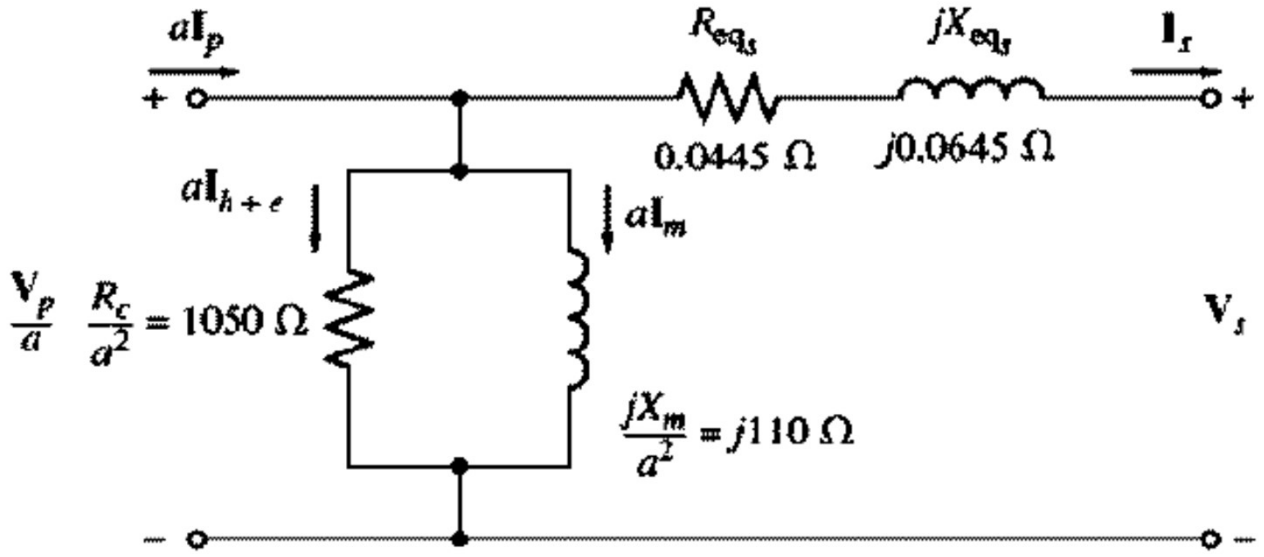
ترانسفورماتورها

- حل مثال ۱-ب:

$$a = N_P/N_S = 10$$

$$R_C = 1050\ \Omega \qquad R_{eq} = 0.0445\ \Omega$$

$$X_M = 110\ \Omega \qquad X_{eq} = 0.0645\ \Omega$$



ترانسفورماتورها

- **حل مثال ۱-ج:**

محاسبه جریان بار کامل ⇒ $I_{S,\text{rated}} = \dfrac{S_{\text{rated}}}{V_{S,\text{rated}}} = \dfrac{15{,}000\ \text{VA}}{230\ \text{V}} = 65.2\ \text{A}$

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = \mathbf{V}_S + R_{\text{eq}}\mathbf{I}_S + jX_{\text{eq}}\mathbf{I}_S$$

PF = 0.8 پس فاز ⇒ $\mathbf{I}_S = 65.2\angle -36.9^\circ\ \text{A}$

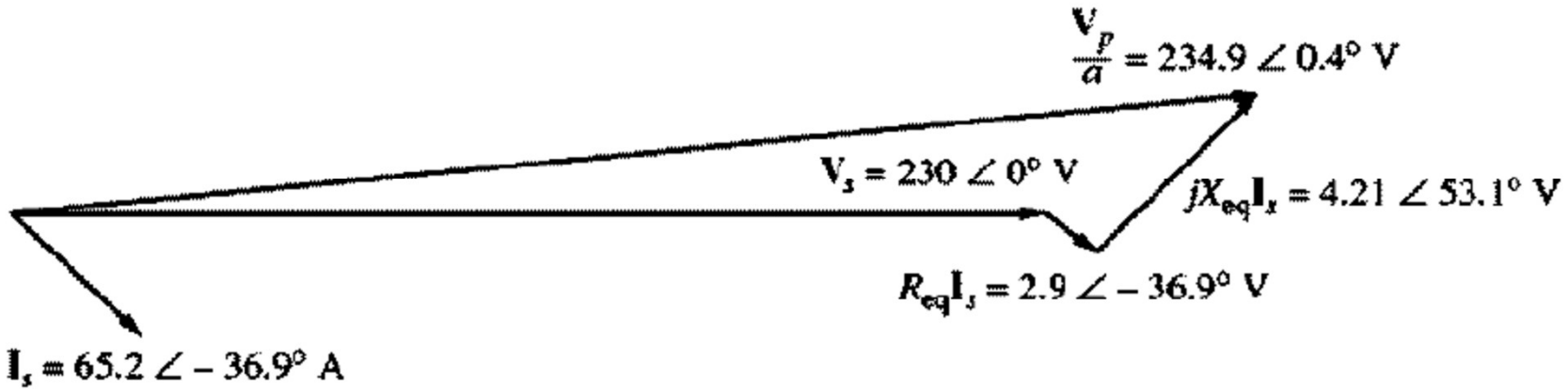
$$\begin{aligned}
\frac{\mathbf{V}_P}{a} &= 230\angle 0^\circ\ \text{V} + (0.0445\ \Omega)(65.2\angle -36.9^\circ\ \text{A}) + j(0.0645\ \Omega)(65.2\angle -36.9^\circ\ \text{A}) \\
&= 230\angle 0^\circ\ \text{V} + 2.90\angle -36.9^\circ\ \text{V} + 4.21\angle 53.1^\circ\ \text{V} \\
&= 230 + 2.32 - j1.74 + 2.52 + j3.36 \\
&= 234.84 + j1.62 = 234.85\angle 0.40^\circ\ \text{V}
\end{aligned}$$

$$\text{VR} = \frac{V_P/a - V_{S,\text{n}}}{V_{S,\text{n}}} \times 100\%$$

$$= \frac{234.85\ \text{V} - 230\ \text{V}}{230\ \text{V}} \times 100\% = 2.1\%$$

ترانسفورماتورها

- حل مثال ۱-ج:



دیاگرام برداری ترانسفورماتور در بار کامل با ضریب توان ۰/۸ پس فاز

ترانسفورماتورها

- حل مثال ۱-ج:

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = \mathbf{V}_S + R_{eq}\mathbf{I}_S + jX_{eq}\mathbf{I}_S$$

PF = 1.0 واحد ⟹ $\mathbf{I}_S = 65.2 \angle 0° \text{ A}$

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = 230 \angle 0° \text{ V} + (0.0445\ \Omega)(65.2 \angle 0° \text{ A}) + j(0.0645\ \Omega)(65.2 \angle 0° \text{ A})$$

$$= 230 \angle 0° \text{ V} + 2.90 \angle 0° \text{ V} + 4.21 \angle 90° \text{ V}$$

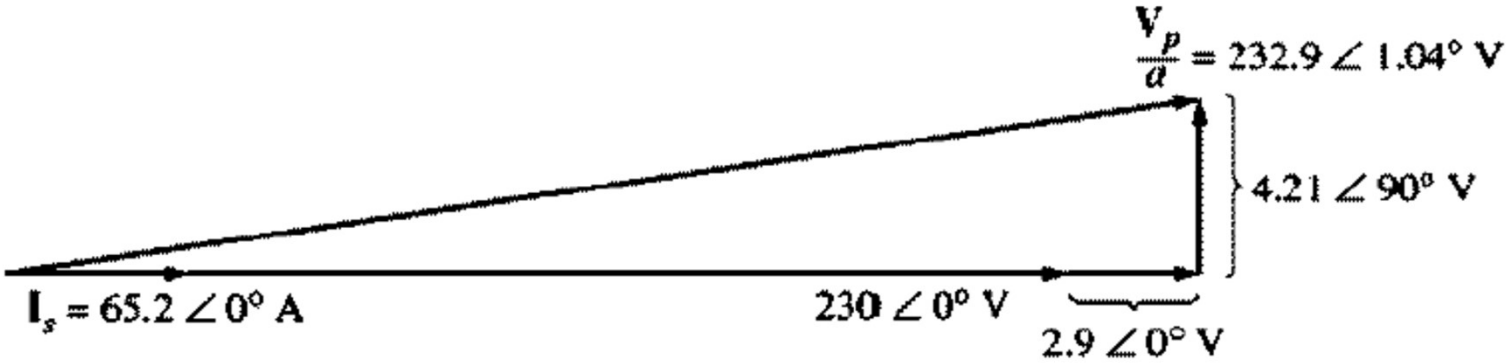
$$= 230 + 2.90 + j4.21$$

$$= 232.9 + j4.21 = 232.94 \angle 1.04° \text{ V}$$

$$\text{VR} = \frac{232.94 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = 1.28\%$$

ترانسفورماتورها

- حل مثال ۱-ج:



دیاگرام برداری ترانسفورماتور در بار کامل با ضریب توان واحد

ترانسفورماتورها

- حل مثال ۱-ج:

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = \mathbf{V}_S + R_{eq}\mathbf{I}_S + jX_{eq}\mathbf{I}_S$$

PF = 0.8 پیش فاز ⟹ $\mathbf{I}_S = 65.2\angle 36.9^\circ$ A.

$$\frac{\mathbf{V}_P}{a} = 230\angle 0^\circ \text{ V} + (0.0445\ \Omega)(65.2\angle 36.9^\circ \text{ A}) + j(0.0645\ \Omega)(65.2\angle 36.9^\circ \text{ A})$$

$$= 230\angle 0^\circ \text{ V} + 2.90\angle 36.9^\circ \text{ V} + 4.21\angle 126.9^\circ \text{ V}$$

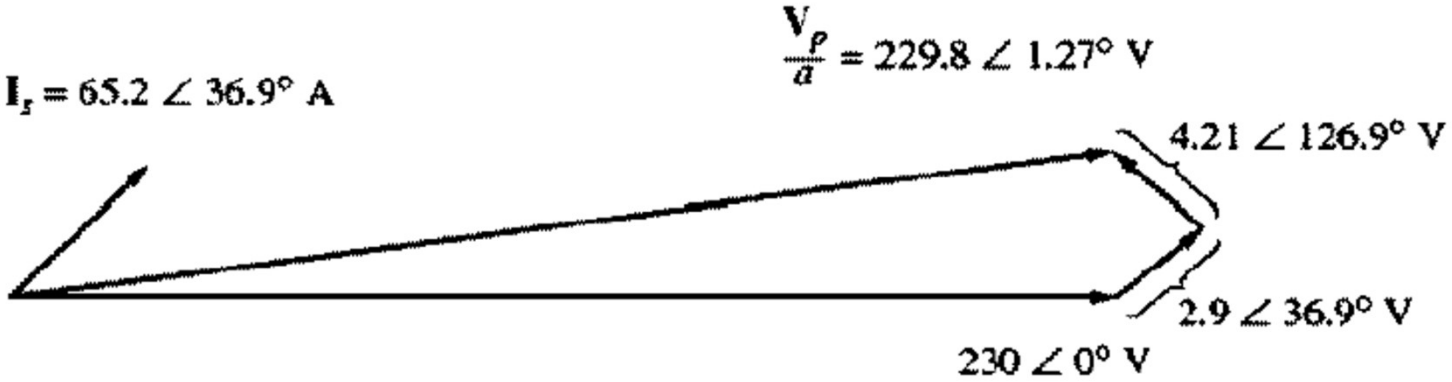
$$= 230 + 2.32 + j1.74 - 2.52 + j3.36$$

$$= 229.80 + j5.10 = 229.85\angle 1.27^\circ \text{ V}$$

$$\text{VR} = \frac{229.85 \text{ V} - 230 \text{ V}}{230 \text{ V}} \times 100\% = -0.062\%$$

ترانسفورماتورها

- حل مثال ۱-ج:



دیاگرام برداری ترانسفورماتور در بار کامل با ضریب توان ۰/۸ پیش فاز

ترانسفورماتورها

- حل مثال ۱-د:

$$P_{Cu} = (I_S)^2 R_{eq} = (65.2\ \text{A})^2(0.0445\ \Omega) = 189\ \text{W}$$

$$P_{core} = \frac{(V_p/a)^2}{R_C} = \frac{(234.85\ \text{V})^2}{1050\ \Omega} = 52.5\ \text{W}$$

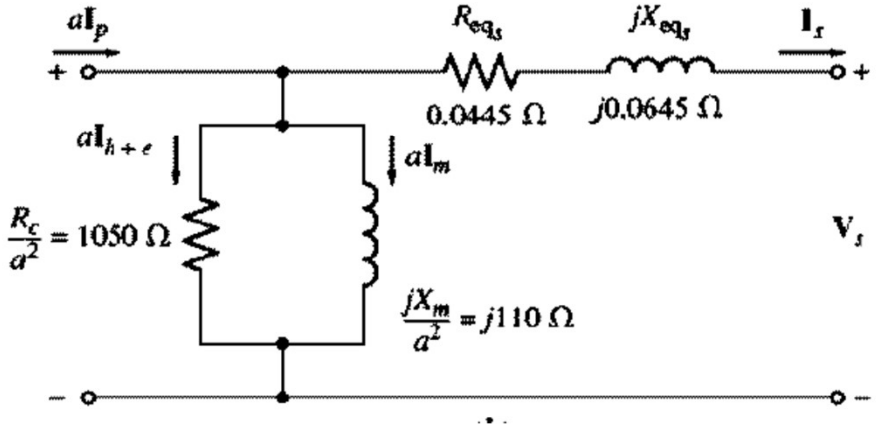
$$P_{out} = V_S I_S \cos\theta$$

$$= (230\ \text{V})(65.2\ \text{A})\cos 36.9^\circ = 12{,}000\ \text{W}$$

$$\eta = \frac{V_S I_S \cos\theta}{P_{Cu} + P_{core} + V_S I_S \cos\theta} \times 100\%$$

$$= \frac{12{,}000\ \text{W}}{189\ \text{W} + 52.5\ \text{W} + 12{,}000\ \text{W}} \times 100\%$$

$$= 98.03\%$$

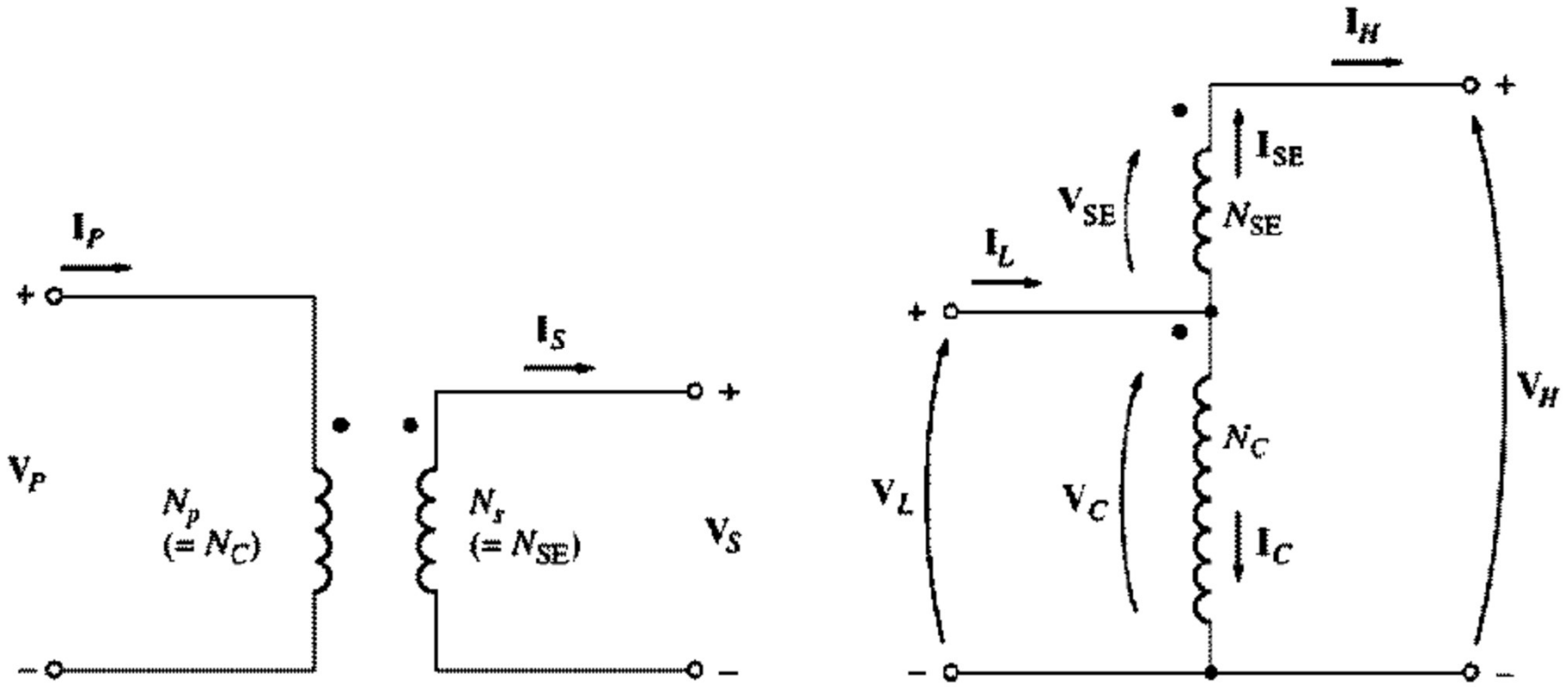


اتوترانسفورماتور

www.Ghaffarpour.ir

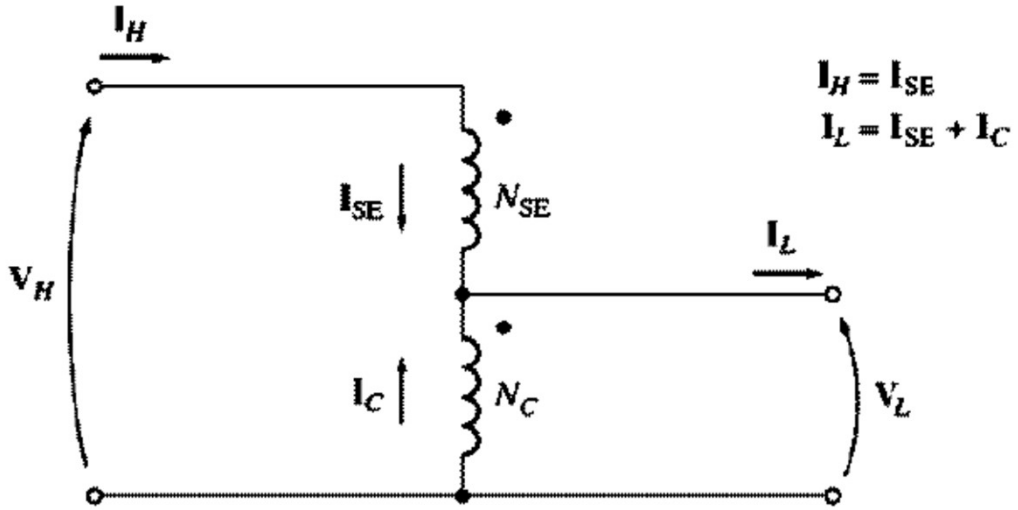
ترانسفورماتورها

- اتوترانسفورماتور:



ترانسفورماتورها

- اتوترانسفورماتور کاهنده:



$$\frac{V_C}{V_{SE}} = \frac{N_C}{N_{SE}}$$

$$N_C I_C = N_{SE} I_{SE}$$

$$V_L = V_C$$

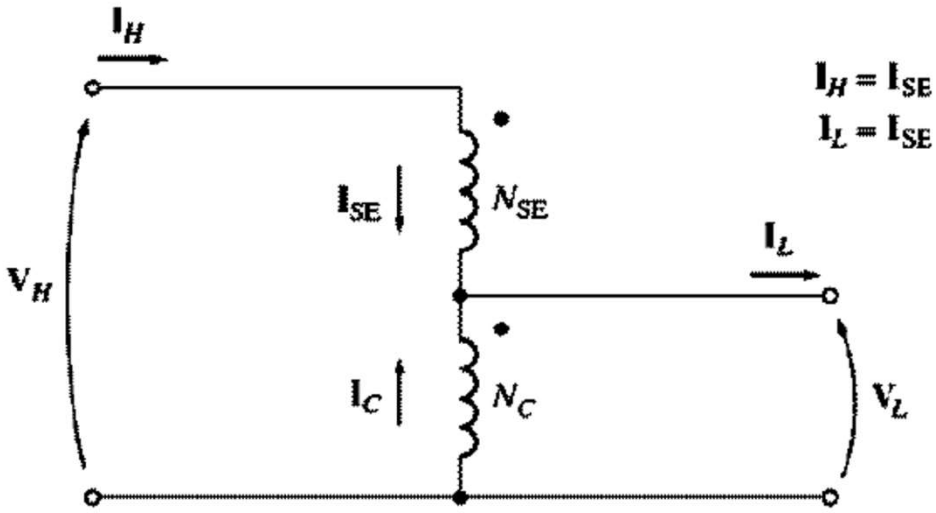
$$V_H = V_C + V_{SE}$$

$$I_L = I_C + I_{SE}$$

$$I_H = I_{SE}$$

ترانسفورماتورها

- روابط ولتاژ و جریان در اتوترانسفورماتور:



$$I_H = I_{SE}$$
$$I_L = I_{SE} + I_C$$

$$V_H = V_C + V_{SE}$$

$$V_C / V_{SE} = N_C / N_{SE}$$

$$V_H = V_C + \frac{N_{SE}}{N_C} V_C$$

$$V_L = V_C$$

$$V_H = V_L + \frac{N_{SE}}{N_C} V_L$$

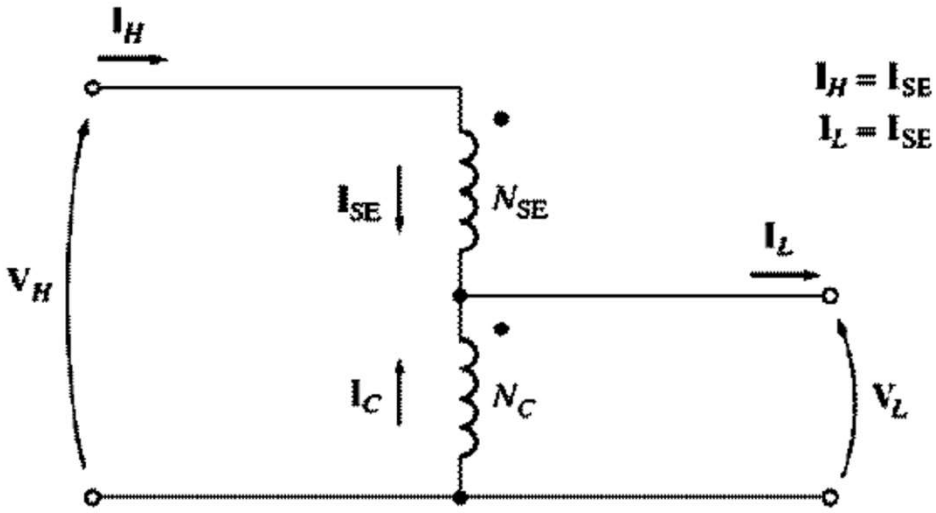
$$= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} V_L$$

$$\boxed{\frac{V_L}{V_H} = \frac{N_C}{N_{SE} + N_C}}$$

www.Ghaffarpour.ir

ترانسفورماتورها

- روابط ولتاژ و جریان در اتوترانسفورماتور:



$$I_H = I_{SE}$$
$$I_L = I_{SE} + I_C$$

$$I_L = I_C + I_{SE}$$

$$I_C = (N_{SE}/N_C)I_{SE}$$

$$I_L = \frac{N_{SE}}{N_C} I_{SE} + I_{SE}$$

$$I_H = I_{SE}$$

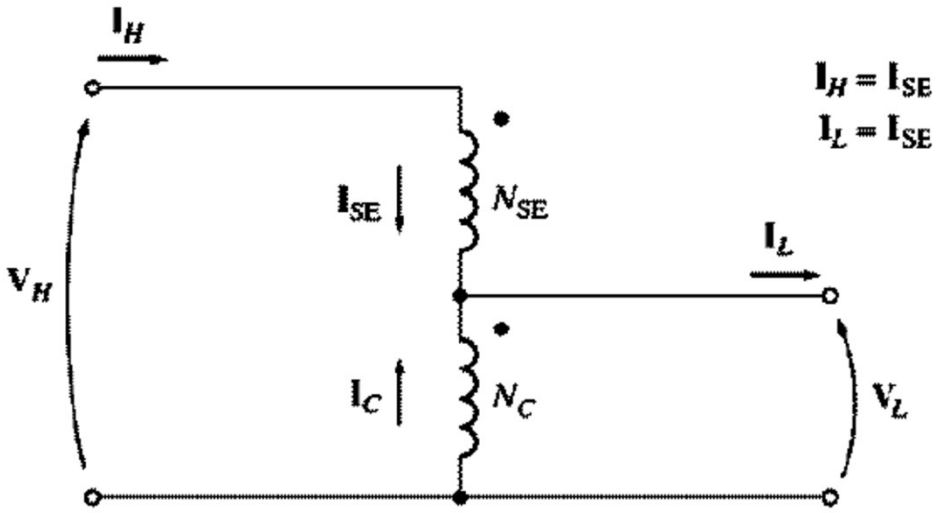
$$I_L = \frac{N_{SE}}{N_C} I_H + I_H$$

$$= \frac{N_{SE} + N_C}{N_C} I_H$$

$$\boxed{\frac{I_L}{I_H} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_C}}$$

ترانسفورماتورها

- روابط توان در اتوترانسفورماتور:



$$I_H = I_{SE}$$
$$I_L = I_{SE} + I_C$$

$$S_{in} = V_L I_L$$

$$S_{out} = V_H I_H$$

$$S_{in} = S_{out} = S_{IO}$$

$$S_W = V_C I_C$$
$$= V_L(I_L - I_H)$$
$$= V_L I_L - V_L I_H$$

$$S_W = V_L I_L - V_L I_L \frac{N_C}{N_{SE} + N_C}$$
$$= V_L I_L \frac{(N_{SE} + N_C) - N_C}{N_{SE} + N_C}$$
$$= S_{IO} \frac{N_{SE}}{N_{SE} + N_C}$$

$$\boxed{\frac{S_{IO}}{S_W} = \frac{N_{SE} + N_C}{N_{SE}}}$$

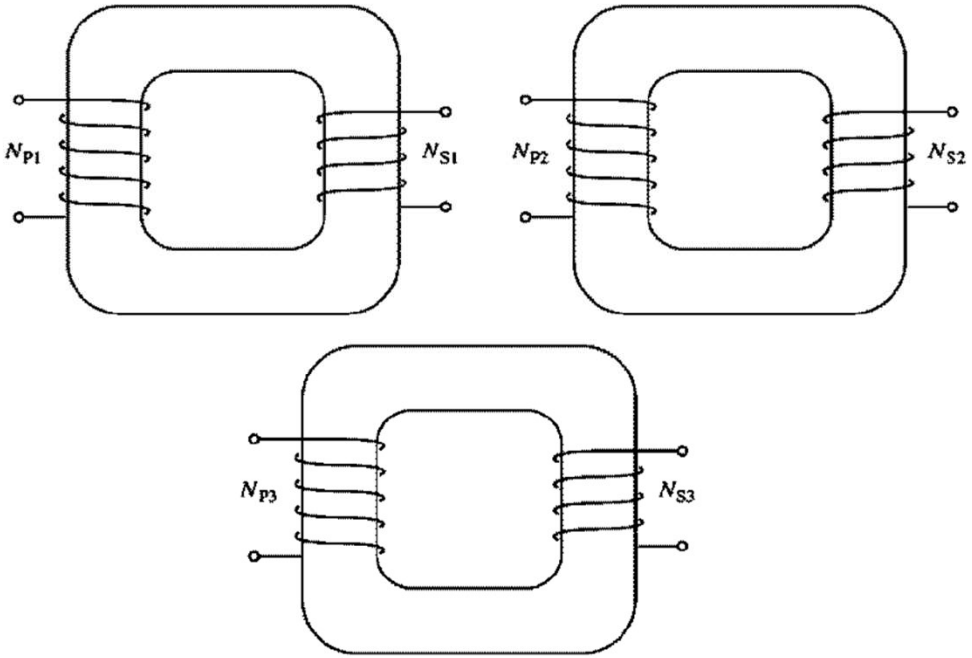
ترانسفورماتورهای سه فاز

www.Ghaffarpour.ir

ترانسفورماتورها

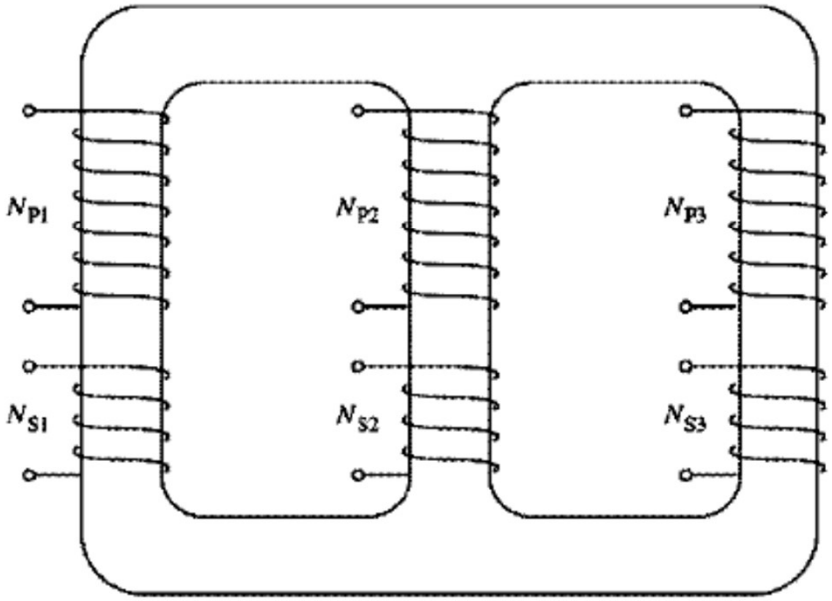
ترانسفورماتور سه فاز
متشکل از سه ترانسفورماتور تکفاز

←



ترانسفورماتور سه فاز
روی هسته سه ساق

→



ترانسفورماتورها

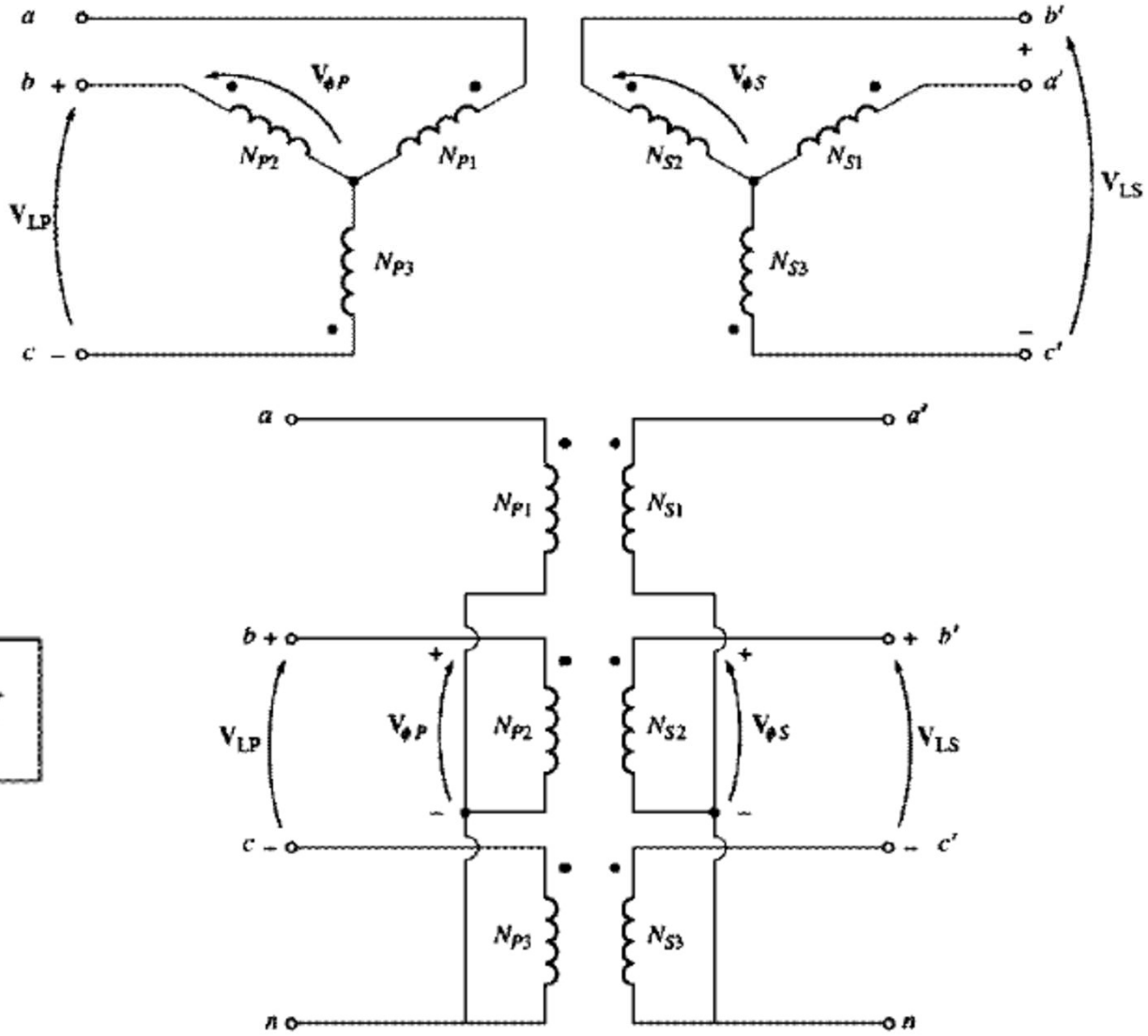
- انواع اتصالات ترانسفورماتور سه فاز
  - ستاره / ستاره (Y / Y)
  - ستاره / مثلث (Y / Δ)
  - مثلث / ستاره (Δ / Y)
  - مثلث / مثلث (Δ / Δ)

$$\frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}} = a$$

www.Ghaffarpour.ir

ترانسفورماتورها

ستاره / ستاره (Y / Y)

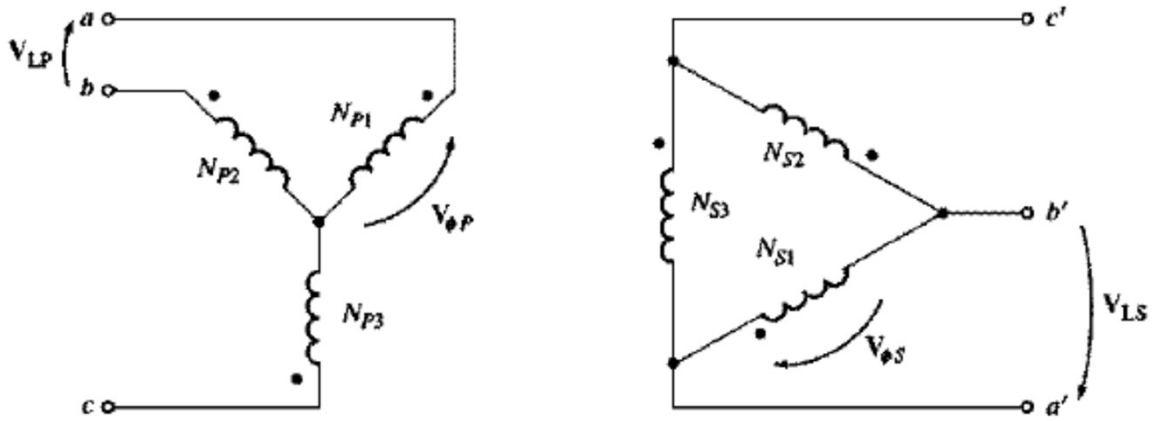


$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}} = a \qquad Y-Y$$

www.Ghaffarpour.ir

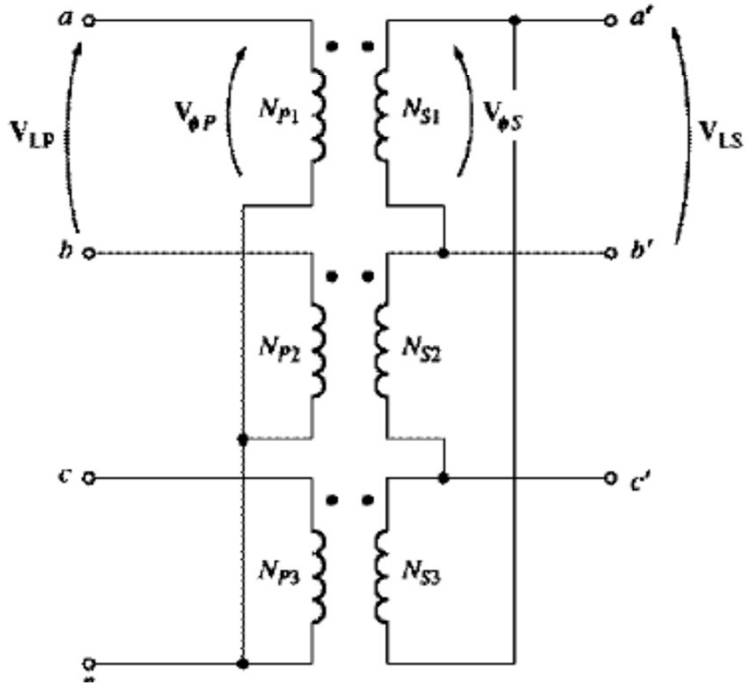
ترانسفورماتورها

ستاره / مثلث (Y / Δ)



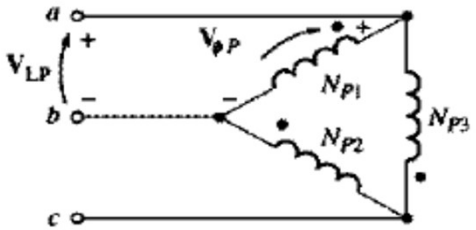
$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}V_{\phi P}}{V_{\phi S}}$$

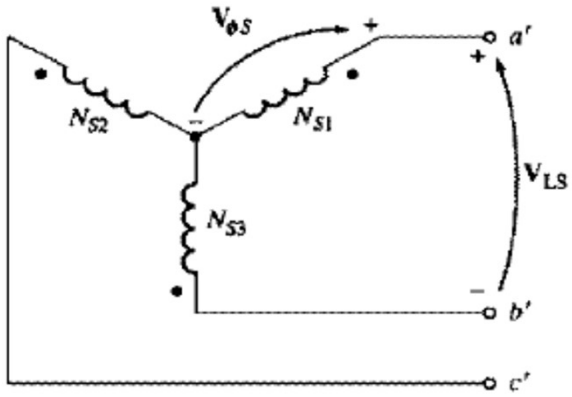
$$\boxed{\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \sqrt{3}a \qquad Y-\Delta}$$



ترانسفورماتورها

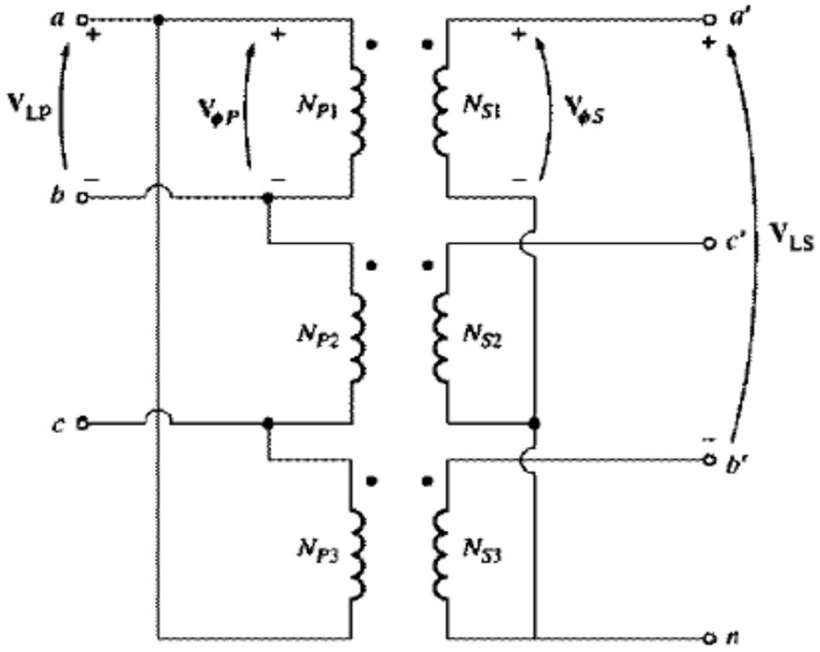
مثلث / ستاره (Δ / Y)





$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}}$$

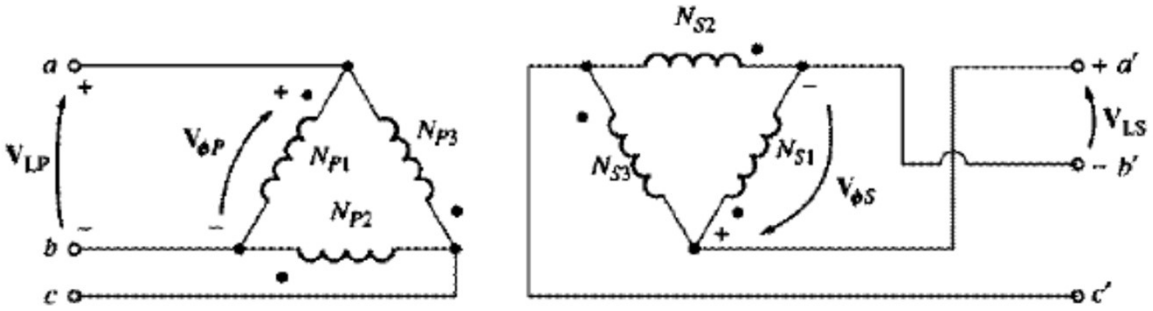
$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{\sqrt{3}}{a} \qquad \Delta - Y$$



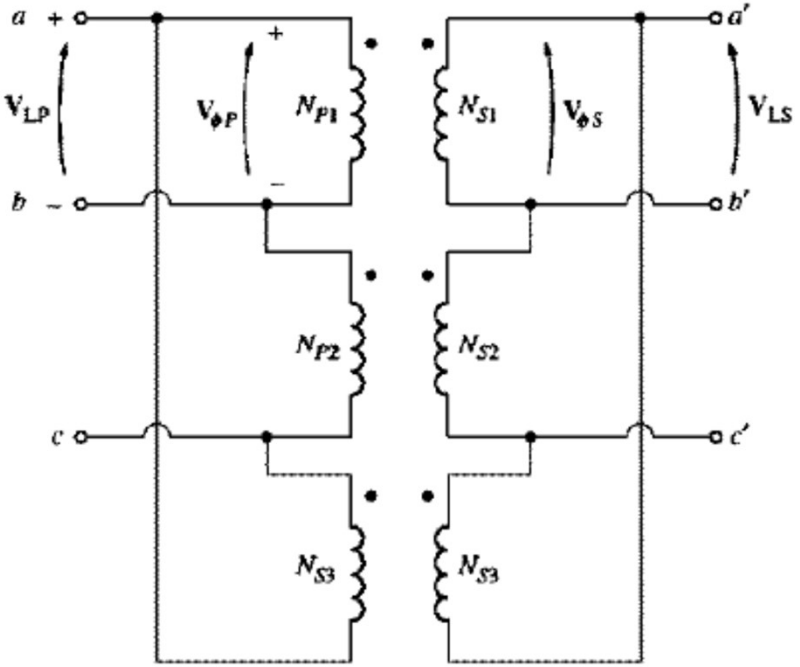
www.Ghaffarpour.ir

ترانسفورماتورها

مثلث / مثلث (Δ / Δ)



$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}} = a \qquad \Delta - \Delta$$



پایان